Apostila

MATEMÁTICA

PROF. GILBERTO SANTOS JR

GEOMETRIA ESPACIAL II

*** RECURSO PEDAGÓGICO DE DISTRIBUIÇÃO GRATUITA ***

→ **Continuação da Apostila de Geometria Espacial I (11 páginas, 38 questões, com gabarito parcial)**

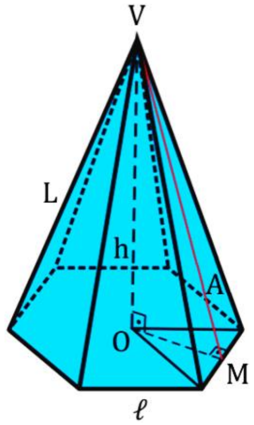
SUMÁRIO

CAPÍTULO III – PIRÂMIDE

1. DEFINIÇÃO

Uma pirâmide pode ter por base qualquer tipo de polígono. E define-se pirâmide ao conjunto de todos os segmentos de reta que partem dessa base e convergem para um ponto $\mathbf{V}$ do espaço, situado fora do plano do polígono da base. O ponto $\mathbf{V}$ é chamado "o vértice da pirâmide", e a distância desse ponto à base é a altura da pirâmide.

2. ELEMENTOS DA PIRÂMIDE

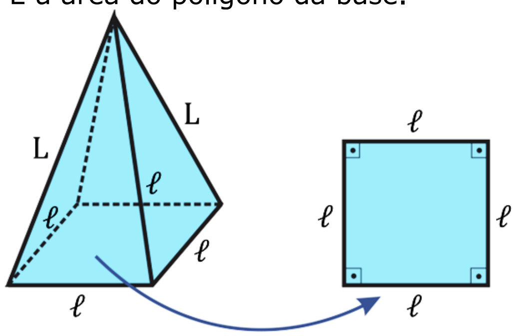


- **Aresta da base** (ℓ): é o lado do polígono da base;
- **Aresta lateral** (L): é o lado de uma face lateral;
- **Altura** (h): é a distância entre o vértice e o plano da base, isto é, $\overline{\mathbf{VO}}$;
- **Apótema da pirâmide** (A): é a altura do triângulo da face lateral;
- **Apótema da base da pirâmide**: é o apótema do polígono regular da base, na figura, o segmento $\overline{\mathbf{OM}}$;
- **Pirâmide regular**: é toda pirâmide cuja base é um polígono regular e cuja projeção do vértice da pirâmide, coincide com o centro da base.

3. CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS

3.1 Área da base (A_b)

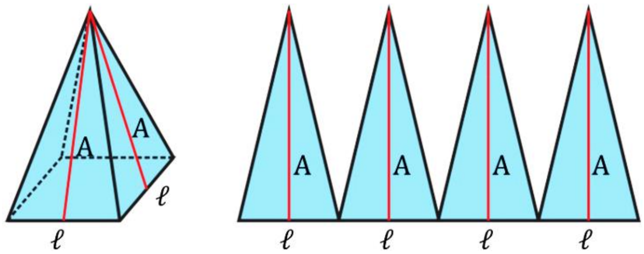
É a área do polígono da base.



$$A_b = A_{quadrado} = \ell^2$$

3.2 Área lateral (A_ℓ)

É a soma das áreas de todas as faces laterais da pirâmide. No caso da pirâmide essas faces serão triângulos.



$$A_\ell = 4 \cdot A_{\text{triângulo}} = 4 \cdot \frac{\ell A}{2}$$

3.3 Área total (A_t)

Em uma pirâmide calcular-se a área total pela soma entre a área lateral e a área da base:

$$\boxed{A_t = A_\ell + A_b}$$

; sendo

A_ℓ – área lateral da pirâmide;

A_b – área da base da pirâmide;

A_t – área total da pirâmide.

3.4 Volume (V)

$$\boxed{V = \frac{A_b \cdot h}{3}}$$

; sendo

A_b – área da base da pirâmide;

h – altura da pirâmide;

V – volume da pirâmide.

Assista ao vídeo "Planificação da Pirâmide" →

3.5 Código QR da pirâmide

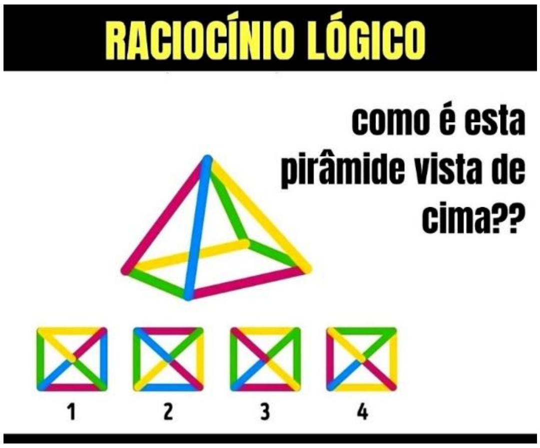
Instale o aplicativo *AR Platonic Solids* para telefones celulares com S.O. *Android*.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

O exercício **1)** contempla a seguinte habilidade:

Habilidade Enem: H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

1)



(a) 1 **(b)** 2 **(c)** 3 **(d)** 4

Os exercícios **2)** até **6)** contemplam o seguinte descritor e habilidade:

Descritor SAEB: D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Habilidade BNCC: EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

2) Uma pirâmide quadrangular regular, no qual a aresta da base mede $8\ \text{m}$ e a altura da pirâmide é igual a $3\ \text{m}$. Calcule:

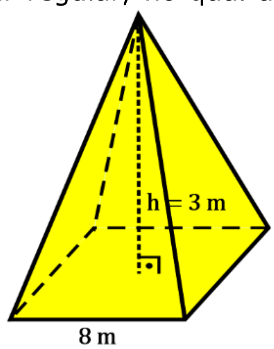
a) a área da base; $A_b = 64\ \text{m}^2$

b) o apótema da pirâmide; Apótema = 5 m

c) a área lateral; $A_\ell = 80\ \text{m}^2$

d) a área total; $A_t = 144\ \text{m}^2$

e) o volume. $V = 64\ \text{m}^3$



3) Uma pirâmide regular cuja altura é $15\ \text{cm}$ e cuja base é um quadrado de $16\ \text{cm}$ de lado. Determine:

a) a área da base; $A_b = 256\ \text{cm}^2$

b) a apótema da pirâmide; Apótema = 17 cm

c) a área lateral; $A_\ell = 544\ \text{cm}^2$

d) a área total; $A_t = 800\ \text{cm}^2$

e) o volume. $V = 1280\ \text{cm}^3$

4) Uma pirâmide regular triangular cuja aresta lateral mede $13\ \text{m}$ e o apótema da pirâmide mede $12\ \text{m}$. Calcule:

a) a área lateral. $A_\ell = 180\ \text{m}^2$

b) a área da base, considere $\sqrt{3} = 1{,}7$. $A_b = 42{,}5\ \text{m}^2$

c) a área total. $A_t = 222{,}5\ \text{m}^2$

5) Uma pirâmide triangular regular possui aresta da base igual a $6\ \text{cm}$ e sua altura igual a $10\ \text{cm}$. Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$, calcule o volume dessa pirâmide. $V = 51\ \text{cm}^3$

6) Uma pirâmide quadrangular regular possui todas as suas arestas iguais a $4\ \text{m}$. Calcule a área total dessa pirâmide. $A_t = 16 + 16\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ ou $A_t = 16(1+\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

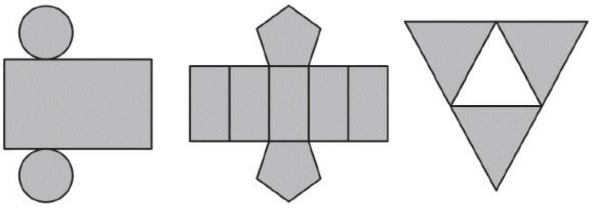
EXERCÍCIOS DE VESTIBULARES

O exercício **7)** contempla o seguinte descritor e habilidade:

Descritor SAEB: D3 – Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.

Habilidade Enem: H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

7)(Enem-2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

(a) Cilindro, Prisma de Base Pentagonal e Pirâmide.
(b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
(c) Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
(d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
(e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

O exercício **8)** contempla a seguinte habilidade:

Habilidade Enem: H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

8)(Enem-2016) A figura mostra a pirâmide Quéops, também conhecida como a grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base um quadrado com lados medindo $214\ \text{m}$, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam $204\ \text{m}$.

Disponível em: www.mauroweigel.blogspot.com. Acesso em: 23 nov. 2011.

O valor mais próximo para a altura da pirâmide de Quéops, em metros, é

(a) 97,0. **(b)** 136,8. **(c)** 173,7 **(d)** 189,3 **(e)** 240,0

R: (b)

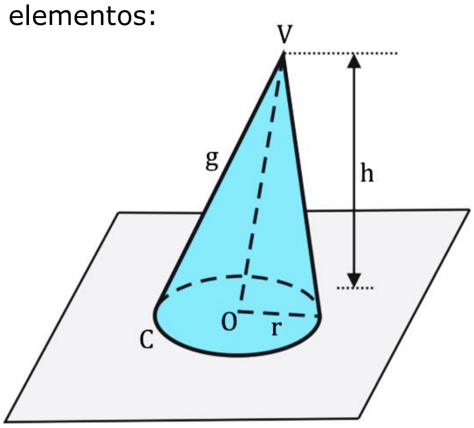
CAPÍTULO IV – CONE CIRCULAR

1. DEFINIÇÃO

Sejam um círculo C contido em um plano $\propto$, e um ponto V (vértice) não pertencente a $\propto$. Consideremos todos os segmentos de reta que possuem um extremo pertencente ao círculo e o outro extremo é V. A reunião de todos esses segmentos de reta é um sólido chamado de **cone circular limitado** de base C e vértice V ou simplesmente **cone circular.**

2. ELEMENTOS DO CONE CIRCULAR

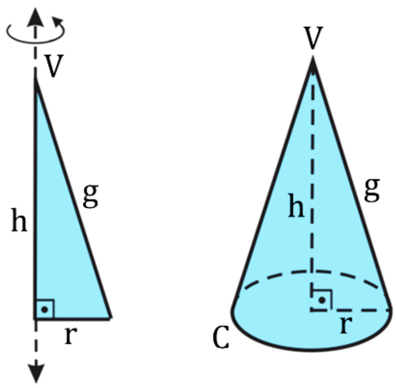
Dado o cone a seguir, consideramos os seguintes elementos:



- **Altura** (h): distância do vértice V ao plano $\propto$.
- **Geratriz** (g): segmento com uma extremidade no ponto V e outra num ponto do círculo C.
- **Raio da base**: raio r do círculo C.
- **Eixo de rotação**: reta determinada pelo centro do círculo e pelo vértice do cone.

3. CONE RETO

Todo cone cujo eixo de rotação é perpendicular à base é chamado **cone reto**, também denominado **cone de revolução**. Ele pode ser gerado pela rotação completa de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos.



Da figura, e pelo Teorema de Pitágoras, temos a seguinte relação:

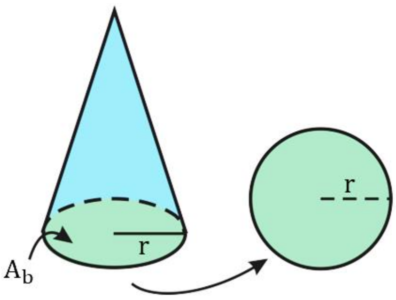
$$\boxed{g^2 = h^2 + r^2}$$

; sendo
g – geratriz do cone;
h – altura do cone;
r – raio do círculo da base do cone.

4. CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS

4.1 Área da base (A_b)

Área da base é a área do círculo da base de raio r:

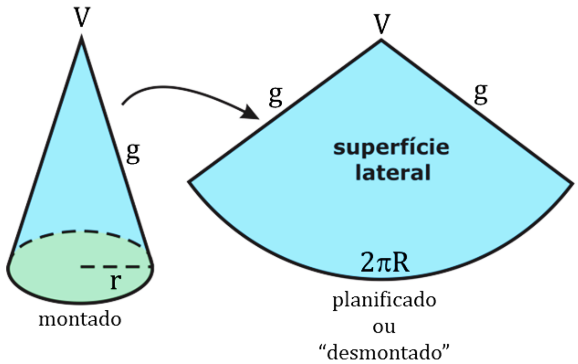


$$\boxed{A_b = \pi r^2}$$

; sendo
π – o número irracional 3,141592 ...;
r – raio do círculo da base do cone;
A_b – área da base do cone.

4.2 Área lateral (A_ℓ)

A superfície lateral de um cone de revolução é equivalente a um setor circular de raio g e comprimento de arco $2\pi r$, veja figura a seguir:



Fazendo uma regra de três (área lateral A_ℓ está para a área do círculo completo de raio g, assim como, o comprimento $2\pi r$ está para o comprimento do círculo completo $2\pi g$), temos:

$$\frac{A_\ell}{\pi g^2} = \frac{2\pi r}{2\pi g} \Rightarrow \boxed{A_\ell = \pi r g}$$

; sendo
π – o número irracional 3,141592 ...;
r – raio do círculo da base do cone;
g – geratriz do cone;
A_ℓ – área lateral do cone.

4.3 Área total (A_t)

É a soma da área lateral com a área da base:

$$\boxed{A_t = A_\ell + A_b}$$

; sendo
A_ℓ – área lateral do cone;
A_b – área da base do cone;
A_t – área total do cone.

4.4 Volume (V)

O volume do cone é igual a um terço do volume de um cilindro de mesma altura h e mesmo raio r:

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot V_{cilindro} \Longrightarrow V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

$$\boxed{V = \frac{A_b \cdot h}{3}}$$

; sendo
A_b – área da base do cone;
h – altura do cone;
V – volume do cone.

[Assista ao vídeo "Experiência que mostra que o volume do cone é 1/3 do volume do cilindro de mesma altura" →]

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

O exercício **9)** contempla a seguinte habilidade:

Habilidade Enem: H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

9) Calcule a medida da altura de um cone circular reto cujo raio da base mede **5 cm** e uma geratriz mede **13 cm**. h = 12 cm

Os exercícios **10)** até **18)** contemplam o seguinte descritor e habilidade:

Descritor SAEB: D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Habilidade BNCC: EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

10) Um cone circular reto tem **10 cm** de altura e raio da base igual a **4 cm**. Calcule a: (use $\pi = 3$ e $\sqrt{29} = 5{,}4$)

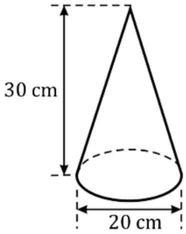
a) medida da sua geratriz; **d)** área total;
b) área lateral; **e)** volume.
c) área da base;

R: a) g = 10,8 cm; b) A_ℓ = 129,6 cm²; c) A_b = 48 cm²; d) A_t = 177,6 cm²; e) V = 160 cm³

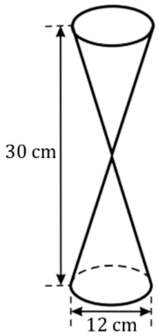
11) A geratriz de um cone circular reto mede **10 cm** e o raio da base é igual a **4 cm**. Calcule: (use $\pi = 3$ e $\sqrt{21} = 4{,}6$)

a) a altura do cone; h = 9,2 cm **d)** a área total; A_t = 168 cm²
b) a área lateral; A_ℓ = 120 cm² **e)** volume. V = 147,2 cm³
c) a área da base; A_b = 48 cm²

12) Quantos $\mathbf{cm^2}$ de cartolina serão gastos para fazer o chapéu de palhaço cujas medidas estão na figura ao lado? (use $\pi = 3$ e $\sqrt{10} = 3{,}1$) $A_\ell = 930\ \text{cm}^2$



13) Quantos $\mathbf{cm^2}$ de vidro são necessários para fabricar uma ampulheta cuja forma e dimensões estão nas figuras que seguem? (use $\pi = 3$ e $\sqrt{261} = 16$) $A_\ell = 576\ \text{cm}^2$

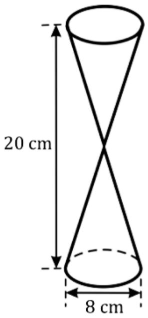


14) Um tanque cônico tem $\mathbf{4\ m}$ de profundidade e seu topo circular tem $\mathbf{6\ m}$ de diâmetro. Qual é o volume máximo, em litro, que esse tanque pode conter de líquido? (use $\pi = 31$ e $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ell$)

$V = 36\,000\ \ell$

15) Observe a ampulheta cujas dimensões estão indicadas na figura. Qual é o volume de areia necessário para encher completamente um dos cones dessa ampulheta? (use $\pi = 3$)

$V = 160\ \text{cm}^3$



16) Há um pirulito em forma de guarda-chuvinha, com $\mathbf{7\ cm}$ de altura e $\mathbf{2\ cm}$ de diâmetro. Qual é o volume desse pirulito? (considere $\pi = 3$)

17) O volume de um cone circular reto é $\mathbf{18\pi\ cm^3}$. A altura do cone é igual ao diâmetro da base. Quanto mede a altura desse cone?

EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO

18)(Gilberto-2017) Texto

A Kepler Weber finalizou em 2013, na cidade de Primavera do Leste (MT), o Silo 156, considerado o maior silo sem torre central do mundo, com tecnologia de armazenagem para altas capacidades de grãos. Com o novo produto, é possível armazenar até 35 mil toneladas, ou 590 mil sacas de soja.

Disponível em: http://www.kepler.com.br/blog/index.php/o-maior-silo-do-mundo-com-capacidade-para-35-mil-toneladas/. Acesso em: 9 set. 2017

Calcule o volume do silo da figura abaixo, sabendo que o seu diâmetro é 20 metros, use a aproximação de π igual a 3.

$V = 3\,500\ \text{m}^3$

EXERCÍCIOS DE VESTIBULARES

O exercício **19)** contempla a seguinte habilidade:

Habilidade Enem: H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

19)(Enem-2015) Ao se perfurar um poço no chão, na forma de um cilindro circular reto, toda a terra retirada é amontoada na forma de um cone circular reto, cujo raio da base é o triplo do raio do poço e a altura de 2,4 metros. Sabe-se que o volume desse cone de terra é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, pois a terra fica mais fofa após ser escavada.

Qual é a profundidade, em metros, desse poço?

(a) 1,44 **(b)** 6,00 **(c)** 7,20 **(d)** 8,64 **(e)** 36,00

O exercício **20)** contempla o seguinte descritor e habilidade:

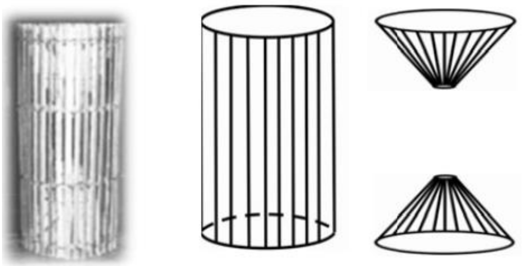
Descritor SAEB: D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

> **Habilidade BNCC:** EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

20)(UEPA-2011) Leia o texto XVI para responder a questão.

Texto XVI

O matapi é um instrumento especialmente projetado para a captura de camarão, feito de talas de folha de palmeira (miriti) amarradas com cipó titica e muito utilizada na região amazônica. Esse é um estilo de pesca artesanal que não agride o meio ambiente. A forma do matapi é composta por dois cones dentro do cilindro. Internamente há abertura nos ápices dos cones, funcionando como funis, por onde o camarão entra para comer a isca ali colocada, ficando preso no interior do artefato.



Considere, com as necessárias e devidas aproximações, que a altura do cone é 1/3 da altura do cilindro e que os raios dessas duas figuras são iguais. Desse modo, a razão entre o volume do cone e o volume do cilindro é:

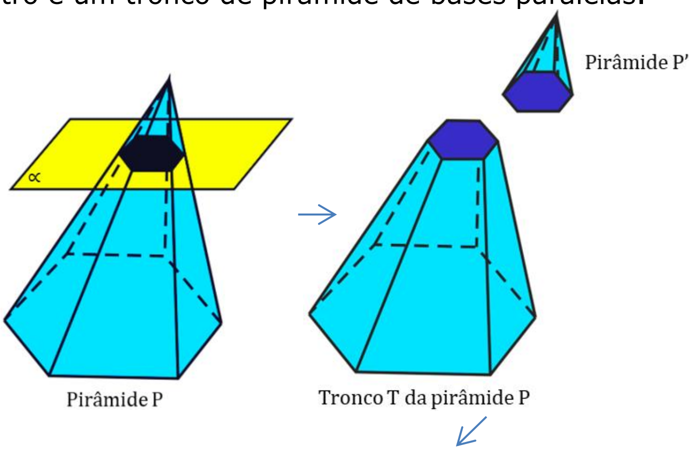
(a) 1/9 **(b)** 1/6 **(c)** 1/3 **(d)** 3 **(e)** 9

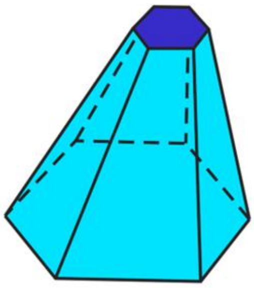
R: (a)

CAPÍTULO V – TRONCO

1. TRONCO DE PIRÂMIDE

Consideremos um plano ∝ paralelo à base de uma pirâmide separando a em dois poliedros. Um desses dois poliedros é uma pirâmide, e o outro é um tronco de pirâmide de bases paralelas.





Tronco T da pirâmide P

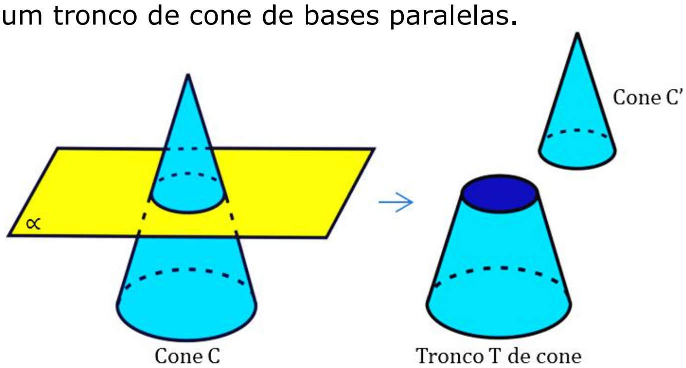
1.1 Volume de Tronco de Pirâmide

Note que o volume V_T do tronco da pirâmide P é igual à **diferença entre o volume V_P da pirâmide P e o volume $V_{P'}$ da pirâmide P'**:

$$\boxed{V_T = V_P - V_{P'}}$$

2. TRONCO DE CONE

Consideremos um plano ∝ paralelo à base de um cone separando-a em dois poliedros. Um desses dois poliedros é um cone e o outro é um tronco de cone de bases paralelas.

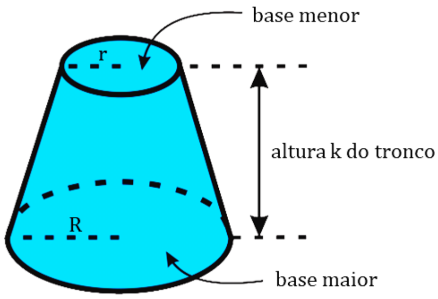


2.1 Volume de Tronco de Cone

O volume de tronco de cone se calcula do mesmo modo que o tronco de pirâmide, ou seja, **a medida do volume de tronco de cone é a diferença do volume do cone maior pela medida do volume do cone menor gerado.**

$$\boxed{V_T = V_C - V_{C'}}$$

Para cálculo de volume do tronco de cone também se utiliza a seguinte expressão:



$$V = \frac{\pi k}{3}(r^2 + rR + R^2)$$

sendo, k - altura do tronco;

π – o número irracional 3,141592 ...;

r - raio da base menor;

R - raio da base maior.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Os exercícios **21)** até **24)** contemplam o seguinte descritor e habilidade:

Descritor SAEB: D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

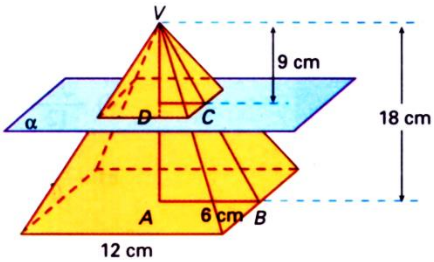
Habilidade BNCC: EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

O exercício **21)** contempla as seguintes habilidades:

Habilidade Enem: H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

Habilidade BNCC: EM13MAT308 - Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.

21) A altura de uma pirâmide regular quadrangular mede $18\ \text{cm}$, e cada aresta da base $12\ \text{cm}$. Um plano $\propto$, paralelo à base e distante $9\ \text{cm}$ do vértice, intercepta a pirâmide. Calcule o volume do tronco de pirâmide assim determinado.

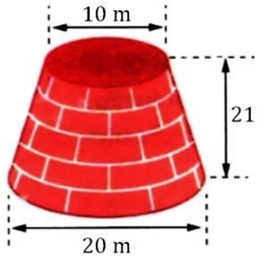


V = 756 cm³

22) Os raios das bases de um tronco de cone são $3\ \text{m}$ e $2\ \text{m}$. A altura do tronco é $6\ \text{m}$. Calcule o seu volume (considere $\pi = 3$). V = 114 m³

23) Um copo tem a forma da figura ao lado. Suas medidas são: $10\ \text{cm}$ e $8\ \text{cm}$ de diâmetro nas bases e $9\ \text{cm}$ de altura. Qual é o volume máximo de água que esse copo pode conter em $\text{m}\ell$? (considere $\pi = 3$ e $1\ \text{cm}^3 = 1\ \text{m}\ell$ de água) V = 549 mℓ

24) Se apenas 30% de sua capacidade estão ocupados por combustível, qual é a quantidade, em litros, de combustível existente no depósito? (use $\pi = 3{,}1$ e $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ell$ de água) V = 1 139 250 ℓ



EXERCÍCIOS DE VESTIBULARES

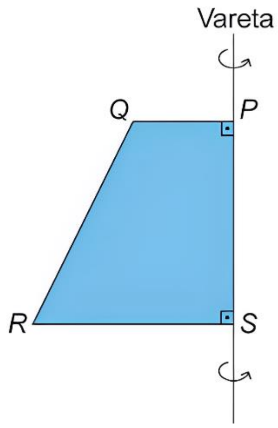
Os exercícios **25)** e **26)** contemplam a seguinte habilidade:

Habilidade Enem: H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

25)(Enem-2024) Em Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo *PQRS* de um material rígido;
- afixou o lado *PS* do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

(a) cone
(b) cilindro
(c) pirâmide
(d) tronco de cone
(e) tronco de pirâmide

26)(Enem-2015) Em uma confeitaria, um cliente comprou um *cupcake* (pequeno bolo no formato de um tronco de cone regular mais uma cobertura, geralmente composta por um creme), semelhante ao representado na figura:

Como o bolinho não seria consumido no estabelecimento, o vendedor verificou que as caixas disponíveis para embalar o doce eram todas em formato de blocos retangulares, cujas medidas estão apresentadas no quadro:

Embalagem	Dimensões (comprimento × largura × altura)
I	8,5 cm × 12,2 cm × 9,0 cm
II	10 cm × 11 cm × 15 cm
III	7,2 cm × 8,2 cm × 16 cm
IV	7,5 cm × 7,8 cm × 9,5 cm
V	15 cm × 8 cm × 9 cm

A embalagem mais apropriada para embalar o doce, de forma a não deformá-lo e com menor desperdício de espaço na caixa, é

(a) I **(b)** II **(c)** III **(d)** IV **(e)** V

27)(Enem-2017) Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

Figura 1

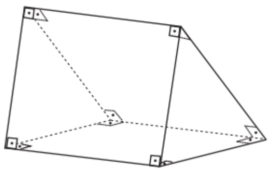


Figura 2

ROMERO, L. Tendências. **Superinteressante**, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

A forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2 é

(a) tetraedro.
(b) pirâmide retangular.
(c) tronco de pirâmide retangular.
(d) prisma quadrangular reto.
(e) prisma triangular reto.

O exercício **27)** contempla o seguinte descritor e habilidades:

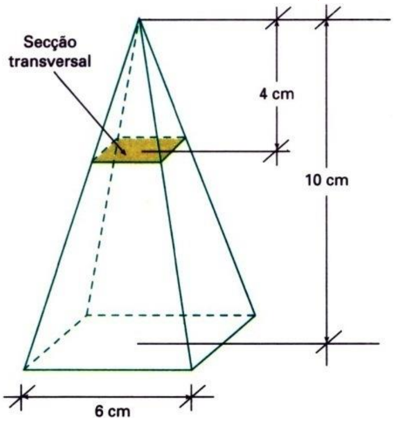
Descritor SAEB: D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Habilidade BNCC: EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

Habilidade BNCC: EM13MAT308 - Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.

28)(UEPA) A figura abaixo representa uma pirâmide quadrangular regular, cuja aresta da base mede **6 cm** e a altura **10 cm**. Calcule:

a) o volume da pirâmide; $V = 120\ cm^3$
b) a área da secção transversal feita a **4 cm** do vértice; $A = 5{,}76\ cm^2$
c) o volume do tronco obtido. $V = 112{,}32\ cm^3$

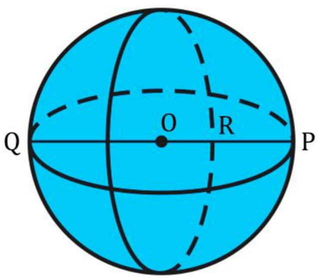


Definição: Secção transversal de uma pirâmide é qualquer intersecção não-vazia e não-unitária da pirâmide com um paralelo à sua base.

CAPÍTULO VI – ESFERA

1. DEFINIÇÃO

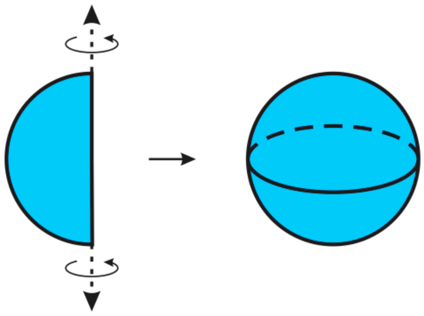
Chamamos de **esfera** de centro O e raio R o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio R.



O - centro da esfera;
$\overline{OP}$ - raio da esfera;
$\overline{PQ}$ - diâmetro da esfera;
R - medida do raio da esfera.

Observações:

- Definição da esfera de outra maneira: A esfera é formada por todos os pontos pertencentes a sua superfície e ao seu interior.
- A esfera é o sólido gerado pela rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo, conforme a figura abaixo:



2. CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS

2.1 Área da superfície da esfera

A superfície esférica de centro $\mathbf{O}$ e raio $\mathbf{R}$ é o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao ponto O é igual ao raio $\mathbf{R}$. A área da superfície esférica é dada por:

$$\boxed{\mathbf{A = 4\pi R^2}}$$

; sendo

π – o número irracional 3,141592 ...;

$\mathbf{R}$ – raio da esfera;

$\mathbf{A}$ – área total da esfera.

2.2 Volume(V)

O volume da esfera de raio $\mathbf{R}$ é dado por:

$$\boxed{\mathbf{V = \frac{4}{3}\pi R^3}}$$

; sendo

π – o número irracional 3,141592 ...;

$\mathbf{R}$ – raio da esfera;

$\mathbf{V}$ – volume da esfera.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Os exercícios **28)** até **34)** contemplam o seguinte descritor e habilidade:

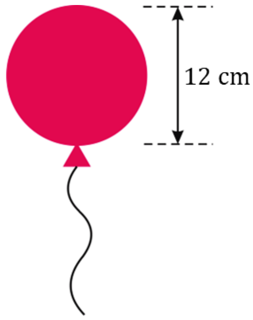
Descritor SAEB: D13 – Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).

Habilidade BNCC: EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

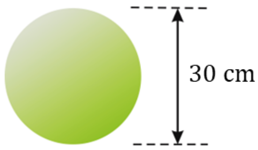
29) Determine a área da superfície esférica cujo raio é $\mathbf{6\ cm}$. (considere $\pi = 3$) $A = 432\ cm^2$

30) Numa esfera, o diâmetro é $\mathbf{10\ cm}$. Qual é a área da superfície dessa esfera? (considere $\pi = 3$) $A = 300\ cm^2$

31) Quantos $\mathbf{cm^2}$ de plástico aproximadamente são gastos para fazer o balão da figura ao lado? (considere $\pi = 3$) $A = 432\ cm^2$



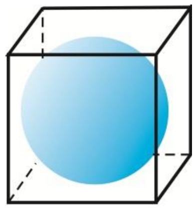
32) Quanto de borracha em $\mathbf{cm^2}$ se gasta para fazer a bola cuja medida está na figura? (considere $\pi = 3$) $A = 2\ 700\ cm^2$



33) Qual é o volume de uma bola de basquete cujo diâmetro mede $\mathbf{26\ cm}$? (considere $\pi = 3$) $V = 8\ 788\ cm^3$

34) O diâmetro de esfera de ferro fundido é $\mathbf{6\ cm}$. Qual é o volume dessa esfera? (considere $\pi = 3$) $V = 108\ cm^3$

35) A soma de todas as arestas de um cubo é $\mathbf{36\ cm}$. Uma esfera está inscrita nesse cubo (figura ao lado). Qual é a área da superfície dessa esfera?

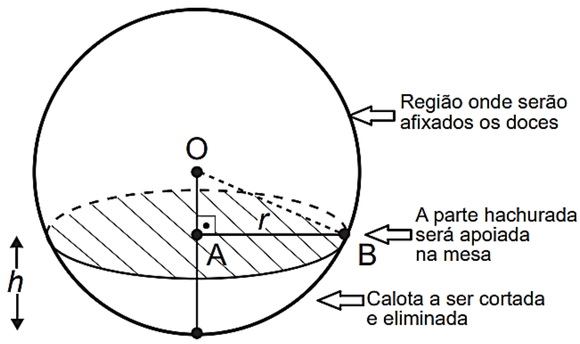


EXERCÍCIO DE VESTIBULAR

O exercício **35)** contempla a seguinte habilidade:

Habilidade Enem: H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

36)(Enem-2017) Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usara um melão esférico com diâmetro medindo 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade deste suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio *r* da seção circular de corte seja de pelo menos de 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão afixados os doces.



Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura *h*, em centímetros, igual a

(a) $5 - \frac{\sqrt{91}}{2}$ **(b)** $5 - \sqrt{91}$ **(c)** 1 **(d)** 4 **(e)** 5

3. OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGAM - ODA

[Aulas gravadas](#)

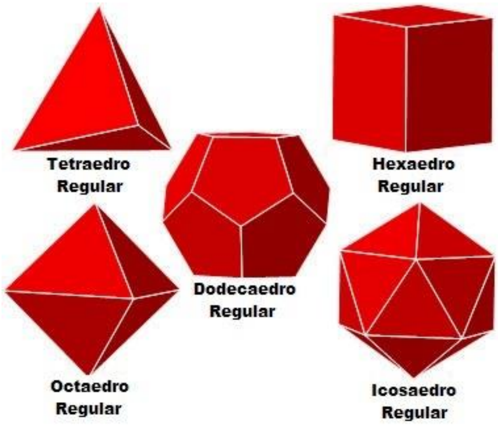
[Slides das aulas](#)

4. REFERÊNCIAS

DANTE, L.R. **Matemática**: Contexto & Aplicações. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2000, v.2.

Lembretes:

Número de Faces	Nome do poliedro
4	Tetraedro
6	Hexaedro
8	Octaedro
9	Eneaedro
10	Decaedro
11	Undecaedro
12	Dodecaedro
13	Tridecaedro
14	Tetradecaedro
15	Pentadecaedro
20	Icosaedro



"A perseverança alimenta a esperança."

Atualizada em 18/5/2025

Gostou da apostila? Você encontra várias apostilas como essa no **blog do Professor Gilberto Santos**, no endereço https://professorgilbertosantos.blogspot.com/ ou siga pelo QR code ao lado.