

MATEMÁTICA

PROF. GILBERTO SANTOS JR

GEOMETRIA ANALÍTICA I



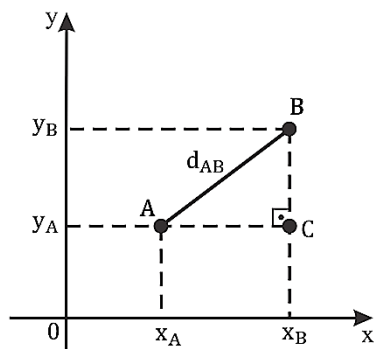
*** RECURSO PEDAGÓGICO DE DISTRIBUIÇÃO GRATUITA ***

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – PONTO E RETA	1
1. DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS	1
2. PONTO MÉDIO DE SEGMENTO	2
CAPÍTULO II – ESTUDO DA RETA	2
3. COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA	2
3.1 Coeficiente angular de reta dada a sua inclinação	2
3.2 Coeficiente angular de reta dado dois pontos	2
4. PONTOS COLINEARES	3
5. EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA RETA	3
5.1 Equação geral da reta	4
5.2 Equação reduzida da reta	4
5.3 Obtenção da equação de uma reta sendo conhecidos dois pontos	4
6. INTERSECÇÃO DE DUAS RETAS	4
7. RETAS PARALELAS	5
8. RETAS PERPENDICULARES	5
9. DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA	6
10. CÁLCULO DA ÁREA DE TRIÂNGULO	6
CAPÍTULO III – CIRCUNFERÊNCIA	6
11. EQUAÇÃO REDUZIDA	6
12. OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM - ODA	7
13. REFERÊNCIAS	7
14. AGRADECIMENTOS	7

CAPÍTULO I – PONTO E RETA

1. DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

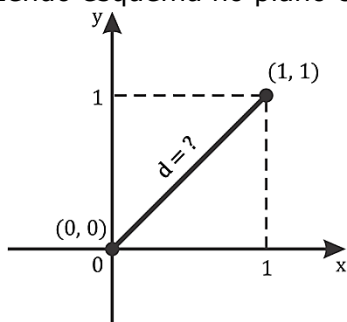


A distância d_{AB} entre dois pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ é dada por:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Exemplo: Calcular a distância d entre $(0,0)$ e $(1,1)$.

Resolução: Fazendo esquema no plano cartesiano:



Chamando o par ordenado $(0, 0)$ de ponto **A** e o par ordenado $(1, 1)$ de ponto **B** e utilizando a fórmula da distância entre dois pontos

$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$, segue

$$d_{AB} = \sqrt{(0 - 1)^2 + (0 - 1)^2} \Rightarrow$$

$$d_{AB} = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} \Rightarrow$$

$$d_{AB} = \sqrt{1 + 1} \Rightarrow$$

$$d_{AB} = \sqrt{2}$$

Comentário: Conta a tradição que essa foi a indagação de *Pitágoras de Samos* (570 a.C.), ou seria de um de seus alunos, na Escola Pitagórica. Até então eles conheciam apenas os números racionais, não sabendo responder ao certo a medida $d = \sqrt{2}$, do exemplo acima, chamaram-no de *número incomensurável*, mais tarde chamado *número irracional*. Eles mostraram a existência desse tipo de número utilizando o *teorema de Pitágoras*, que é base, também, para a geometria analítica.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Calcule, em cada caso, a distância d entre dois pontos dados:

a) $A(1, 3)$ e $B(9, 9)$

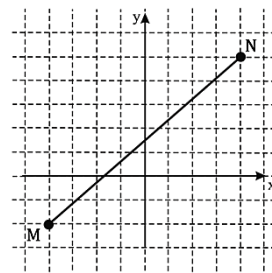
c) $A(-4, -2)$ e $B(0, 7)$

b) $A(-3, 1)$ e $B(5, -14)$

R: a) $d = 10$; b) $d = 17$; c) $d = \sqrt{97}$

2) Calcule a distância d do ponto $M(-12, 9)$ à origem. R: $d = 15$

3) Determine a distância entre os pontos **M** e **N** indicados na figura. R: $d = \sqrt{113}$



4) Calcule o perímetro do triângulo **ABC**, sabendo que $A(1, 3)$, $B(7, 3)$ e $C(7, 11)$. R: $P = 24$

5) Prove que o triângulo cujos vértices são os pontos $A(0, 5)$, $B(3, -2)$ e $C(-3, -2)$ é isósceles; e calcule o seu perímetro. R: $P = 2\sqrt{58} + 6$; $d_{AB} = d_{AC} = \sqrt{58}$

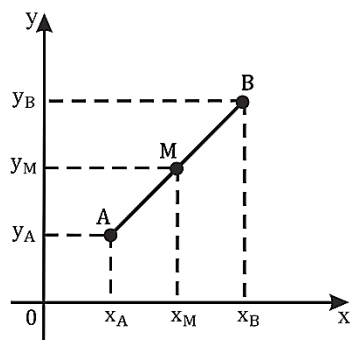
EXERCÍCIO DE VESTIBULAR

6)(U. E. Londrina-PR) Considere, no plano cartesiano, o paralelogramo de vértices $(1, 1)$, $(3, 3)$, $(6, 1)$ e $(8, 3)$. A maior diagonal desse paralelogramo mede:

(a) $5\sqrt{5}$ (b) $\sqrt{71}$ (c) $5\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{53}$ (e) $3\sqrt{5}$

R: (d)

2. PONTO MÉDIO DE SEGMENTO



Se $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ são pontos distintos, então o ponto médio $M(x_M, y_M)$ do segmento $\overline{AB}$ é tal que:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ e } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

7) Obtenha, em cada caso, as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{AB}$.

a) $A(1, 7)$ e $B(11, 3)$ c) $A(0, 3)$ e $B(0, -3)$

b) $A(-2, 5)$ e $B(-4, -1)$ d) $A(-6, 9)$ e $B(-2, -5)$

R: a) $M(6, 5)$; b) $M(-3, 2)$; c) $M(0, 0)$; d) $M(-4, 2)$

8) Sabe-se que $M(a, b)$ é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$. Se $A(11, -7)$ e $B(-9, 0)$, calcule as coordenadas do ponto M . R: $M(1, -7/2)$

9) Uma das extremidades de um segmento é o ponto cujas coordenadas são $(-2, -2)$. O ponto médio desse segmento tem coordenadas $(3, -2)$. Determine as coordenadas x e y da outra extremidade do segmento. R: $(x, y) = (8, -2)$

10) Calcule os comprimentos das medianas de um triângulo cujos vértices são os pontos $A(0, 0)$, $B(4, -6)$ e $C(-1, -3)$. R: $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ (ou $\cong 4,74$), $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ (ou $\cong 6,36$) e 3

EXERCÍCIO DE VESTIBULAR

11)(PUC-MG) O comprimento da mediana $\overline{CM}$ do triângulo ABC , sendo $A(2, 3)$, $B(4, 3)$ e $C(3, 5)$, é:

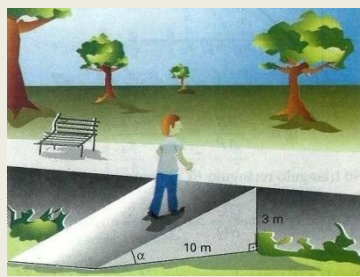
(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) 2 (d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (e) 3

R: (c)

CAPÍTULO II - ESTUDO DA RETA

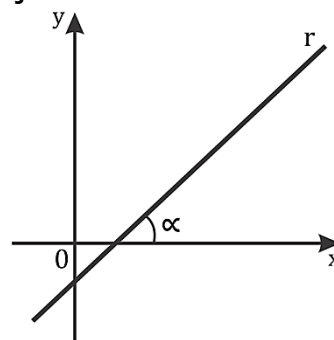
3. COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA

Declividade de uma rampa



Na engenharia civil, quando se diz que uma rampa tem declividade de 30%, isso significa que a tangente do ângulo α que a rampa forma com o plano horizontal é 0,3, ou seja, $\text{tg } \alpha = 0,3$.

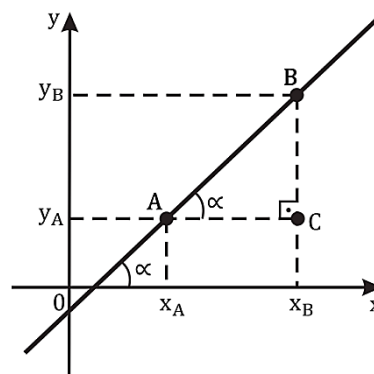
3.1 Coeficiente angular de reta dada a sua inclinação



Chama-se **coeficiente angular** ou **declividade** da reta r de inclinação α , $\alpha \neq 90^\circ$, o número real m tal que:

$$m = \text{tg } \alpha$$

3.2 Coeficiente angular de reta dado dois pontos



$$m = \text{tg } \alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \therefore$$

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

12) Se α é a medida da inclinação de uma reta e m é o seu coeficiente angular, complete a tabela:

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
m								

13) Determine o coeficiente angular m das retas que passam pelos pontos A e B e faça o gráfico de cada reta, quando:

a) $A(1, 4)$ e $B(3, 2)$

c) $A(2, 5)$ e $B(2, 1)$

b) $A(4, 3)$ e $B(2, 3)$

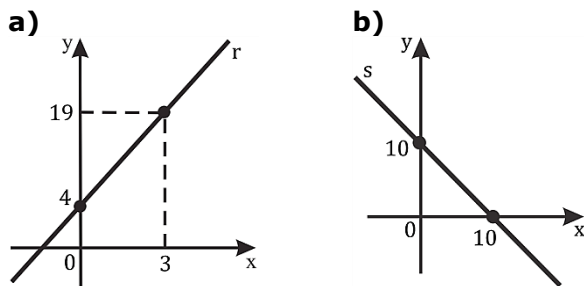
d) $A(4, 1)$ e $B(4, 4)$

R: a) $m = \frac{1}{2}$; b) $m = 0$; c) $m = 3/2$; d) m não existe

14) Calcule a declividade da reta que passa pelos pontos $P_1(1, 20)$ e $P_2(7, 8)$. R: $m = -2$

15) Quando a quantidade x de artigos que uma companhia vende aumenta de 200 para 300, o custo de produção y diminui de R\$ 100,00 para R\$ 80,00. Determine a variação média de custo representada pela declividade da reta que passa por esses dois pontos. R: $m = -1/5$

16) Calcule o coeficiente angular m das seguintes retas:

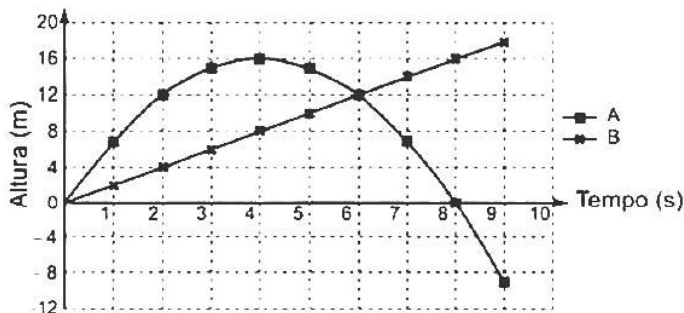


R: $m = 5$

R: $m = -1$

EXERCÍCIO DE VESTIBULAR

17) (Enem-2016) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo do projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

Para alcançar o objetivo, o coeficiente da reta que representa a trajetória de B deverá

- (a) diminuir em 2 unidades.
- (b) diminuir em 4 unidades.
- (c) aumentar em 2 unidades.
- (d) aumentar em 4 unidades.
- (e) aumentar em 8 unidades.

4. PONTOS COLINEARES

Três pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$ são colineares (alinhados) se, e somente se, $m_{AB} = m_{BC}$ ou não existem m_{AB} e m_{BC} .

Dados três pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$, dizemos que os pontos estão alinhados (colineares) se, e somente se,

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

18) Verifique se os pontos A, B e C estão alinhados quando:

- a) $A(0, 2)$, $B(-3, 1)$ e $C(4, 5)$ R: não

b) $A(-2, 6)$, $B(4, 8)$ e $C(1, 7)$ R: sim

c) $A(-1, 3)$, $B(2, 4)$ e $C(-4, 10)$ R: não

19) Determinar o valor de m para que os pontos $A(m, 3)$, $B(-2, -5)$ e $C(-1, -3)$ sejam colineares.

R: $m = 2$

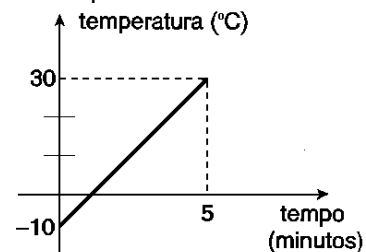
20) Determine m para que os pontos $A(0, -3)$, $B(-2m, 11)$ e $C(-1, 10m)$ estejam em linha reta.

R: $m = -1$ ou $m = 7/10$

21) O valor de um determinado carro decresce linearmente com o tempo, devido ao desgaste. Sabendo-se que hoje ele vale **dez mil dólares** e, daqui a cinco anos, **quatro mil dólares**, qual será o seu valor daqui a três anos? R: R\$ 6 400,00

EXERCÍCIO DE VESTIBULAR

22) (Unificado-RJ) Uma barra de ferro com temperatura inicial de -10°C foi aquecida até 30°C . O gráfico representa a variação da temperatura da barra em função do tempo gasto nessa experiência. Calcule em quanto tempo, após o início da experiência, a temperatura da barra atingiu 0°C .



- (a) 1 min
- (b) 1 min 5 s
- (c) 1 min 10 s
- (d) 1 min 15 s
- (e) 1 min 20 s

R: (d)

5. EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA RETA

Se r é a reta **não-vertical** que passa pelo ponto $P(x_0, y_0)$ e tem coeficiente angular m , então uma equação de r é $y - y_0 = m(x - x_0)$, denominada equação fundamental da reta.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

23) Determine a equação da reta r que passa pelo ponto $A(-1, 4)$ e tem coeficiente angular 2.

R: $2x - y + 6 = 0$

24) Determine a equação da reta que passa pelo ponto $A(2, -3)$ e tem coeficiente angular $\frac{1}{2}$.

R: $x - 2y - 8 = 0$

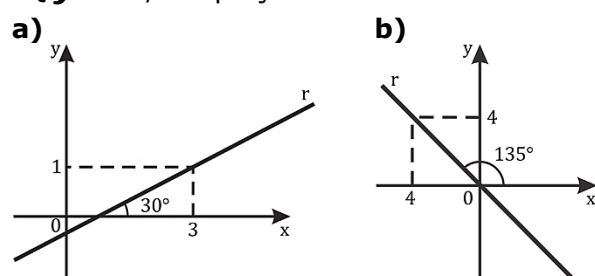
25) Determine a equação da reta que passa pelo ponto $P(4, 1)$ e tem uma inclinação de 45° .

R: $x - y - 3 = 0$

26) Usando a equação fundamental, obtenha uma equação da reta que passa pelos pontos $A(2, 5)$ e $B(4, 1)$.

R: $2x + y - 9 = 0$

27) Ache, a equação da reta r em cada caso:



$$R: \frac{\sqrt{3}}{3}x - y + \sqrt{3} = 0$$

$$R: x + y = 0$$

5.1 Equação geral da reta

$$ax + by + c = 0$$

, no qual:

- x e y são variáveis;
- a , b e c são números reais e
- a e b não simultaneamente nulos.

5.2 Equação reduzida da reta

$$y = mx + n$$

, no qual:

- m é o coeficiente angular da reta;
- n é o coeficiente linear da reta e
- x e y são variáveis.

Observação: o coeficiente linear n é o valor da ordenada do ponto quando a reta corta o eixo y .

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

28) Escreva a equação reduzida da reta que tem coeficiente angular $m = 2$ e que cruza o eixo y no ponto $(0, -3)$. $R: y = 2x - 3$

29) Equação reduzida de uma reta é $y = 4x - 1$. Calcule:

- o ponto da reta de abscissa 2; $R: (2, 7)$
- o ponto de intersecção da reta com o eixo $0x$;
- o ponto de intersecção da reta com o eixo $0y$. $R: b) (1/4, 0); c) (0, -1)$

30) Dada a reta que tem como equação $3x + 4y = 7$, determine o coeficiente angular da reta. $R: m = -3/4$

5.3 Obtenção da equação de uma reta sendo conhecidos dois pontos

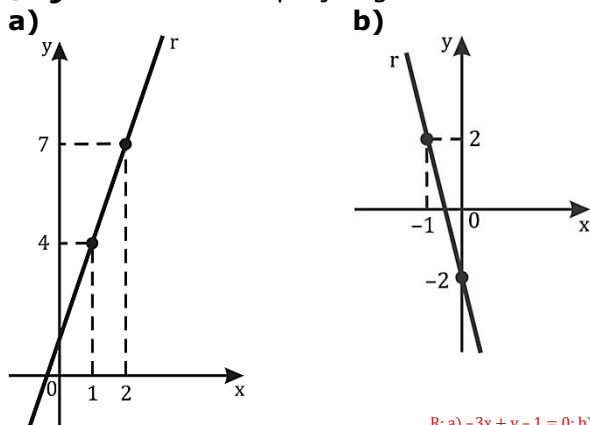
Dados dois pontos distintos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, uma equação da reta $\overleftrightarrow{AB}$ é:

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

31) Consideremos a reta que passa pelos pontos $A(1, 4)$ e $B(2, 1)$. Determine o coeficiente angular m e o coeficiente linear n dessa reta. $R: m = -3$ e $n = 7$

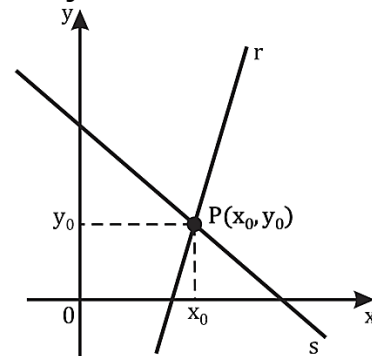
32) Determine a equação geral da reta r :



$$R: a) -3x + y - 1 = 0; b) 4x + y + 2 = 0$$

33) São dados os pontos $A(-1, -3)$, $B(5, 7)$, $C(2, 4)$ e $D(0, 2)$. O ponto M_1 é o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ e o ponto M_2 é o ponto médio do segmento $\overline{CD}$. Determine a equação da reta que passa por M_1 e M_2 . $R: 3x - y - 4 = 0$

6. INTERSECÇÃO DE DUAS RETAS



A figura acima mostra duas retas, r e s , do mesmo plano, que se intersectam no ponto $P(x_0, y_0)$.

Como P pertence às duas retas, suas coordenadas devem satisfazer, simultaneamente, as equações dessas duas retas. Logo, para determiná-las, basta resolver o *sistema de equações* formado pelas equações das duas retas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

34) Determine as coordenadas do ponto $P(x, y)$, intersecção das retas r e s em cada caso:

- $r: 2x + y - 1 = 0$ e $s: 3x + 2y - 4 = 0$ $R: (-2, 5)$
- $r: x + 2y - 3 = 0$ e $s: x - 2y + 7 = 0$ $R: (-2, 5/2)$
- $r: 2x + 3y - 8 = 0$ e $s: 2x - 4y + 13 = 0$ $R: (-1/2, 3)$

35) Se as equações das retas suportes dos lados de um triângulo são $y = 2x - 1$, $y = 5x - 4$ e $x = 5$, calcule as coordenadas dos vértices do triângulo. $R: (5, 9), (5, 21), (1, 1)$

36) Dado o triângulo cujos vértices são os pontos $A(5, 2)$, $B(1, -3)$ e $C(-3, 4)$, determine o baricentro (ponto de encontro das medianas) do triângulo. $R: G(1, 1)$

Observações:

Baricentro: é o encontro das medianas num triângulo.

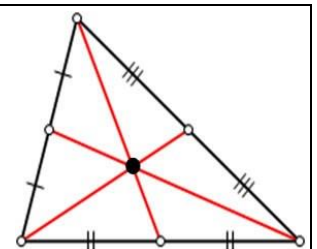
O baricentro pode ser encontrado pela expressão:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \text{ e } y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

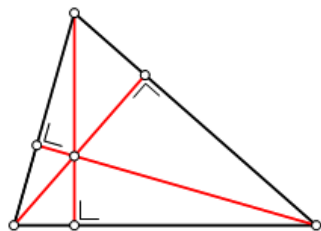
Assim, o baricentro G do triângulo ABC será

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

[Assista ao vídeo →](#)

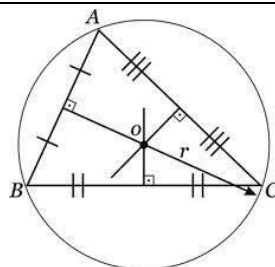


Ortocentro: é o encontro das alturas num triângulo.

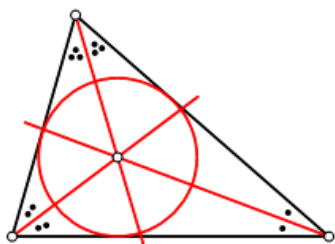


[Assista ao vídeo →](#)

Circuncentro: é o encontro das mediatrizes num triângulo, que coincide com o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

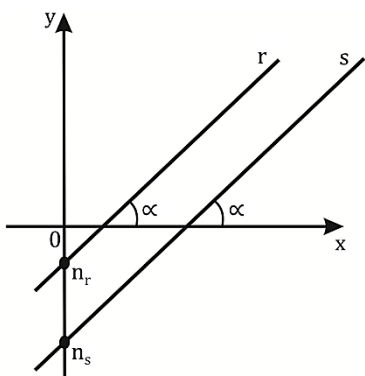


Incentro: é o encontro das bissetrizes num triângulo, que coincide com o centro da circunferência inscrita ao triângulo.



7. RETAS PARALELAS

As retas r e s são paralelas, veja o gráfico abaixo:



Duas retas não-verticais r e s de equações reduzidas $y = m_r x + n_r$ e $y = m_s x + n_s$, são **paralelas distintas** se, somente se:

$$m_r = m_s \text{ e } n_r \neq n_s$$

Observações: Duas retas não-verticais r e s de equações reduzidas $y = m_r x + n_r$ e $y = m_s x + n_s$, são **paralelas coincidentes** se, somente se:

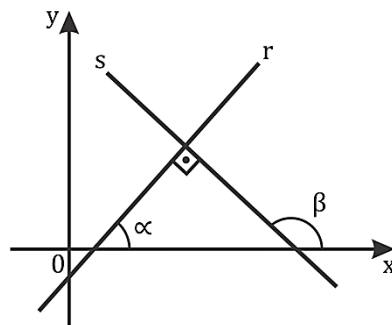
$$m_r = m_s \text{ e } n_r = n_s$$

e **concorrentes** se, e somente se:

$$m_r \neq m_s$$

8. RETAS PERPENDICULARES

As retas r e s são perpendiculares, veja os gráficos abaixo:



Duas retas r e s , não verticais, são **perpendiculares**, se e somente se, o coeficiente angular de uma delas é igual **ao oposto do inverso** do coeficiente angular da outra.

$$m_s = -\frac{1}{m_r}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

37) Dada a reta r de equação $2x - y + 5 = 0$ e o ponto $P(3, 5)$, determine a equação da reta s que passa pelo ponto P e é perpendicular à reta r .

$$R: x + 2y - 13 = 0$$

38) Estude a posição relativa dos pares de retas.

a) $3x - 2y + 1 = 0$ e $4x + 6y - 1 = 0$ $R: \text{concorrentes}$

b) $y + x - 7 = 0$ e $2x - 2y + 1 = 0$ $R: \text{paralelas}$

c) $2x - y - 6 = 0$ e $-4x + 2y - 5 = 0$ $R: \text{paralelas}$

39) A equação de uma reta r é dada por:

$$\begin{vmatrix} y-1 & x & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Determine a equação da reta que passa pelo ponto $(4, 7)$ e é perpendicular a r . $R: x + 2y - 18 = 0$

40) Os pontos $A(2, 1)$, $B(-2, -4)$ e $C(0, 2)$ são os vértices de um triângulo ABC . Determine a equação da reta suporte da altura relativa ao lado $\overline{AB}$ do triângulo. $R: 4x + 5y - 10 = 0$

EXERCÍCIOS DE VESTIBULARES

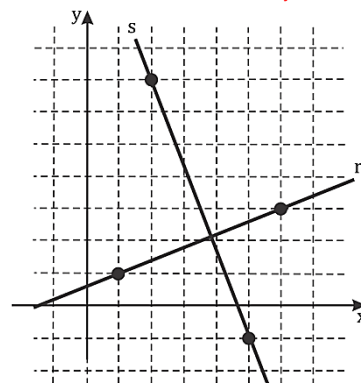
41)(Fuvest-SP) São dados os pontos $A(2, 3)$ e $B(8, 5)$.

a) Ache a equação da reta $\overline{AB}$. $R: -x + 3y - 7 = 0$

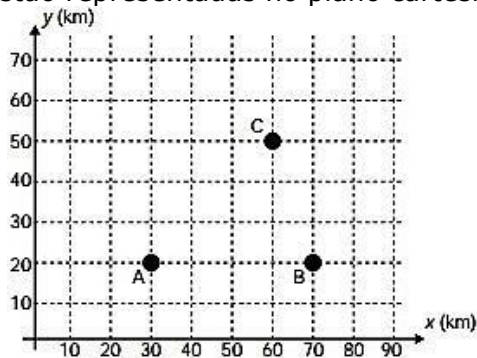
b) Ache a equação da mediatriz do segmento $\overline{AB}$.

$$R: y = -3x + 19$$

42)(Vunesp) Ache os coeficientes angulares das retas r e s da figura e verifique se elas são ortogonais.



43) (Enem-2003) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve a conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B, C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:

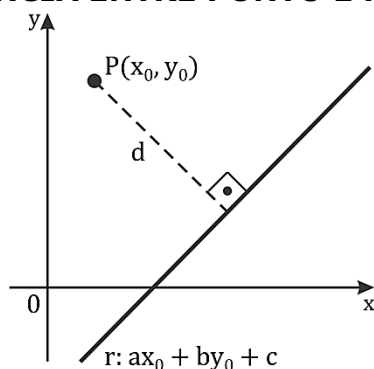


A torre está situada num local equidistante das três antenas. O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

- (a) (65; 35) (c) (45; 35) (e) (50; 30)
(b) (53; 30) (d) (50; 20)

R: (e)

9. DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA



A distância d entre um ponto $P(x_0, y_0)$ e uma reta $r: ax + by + c = 0$ é dada por:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

44) Calcule a distância d do ponto $P(2, 1)$ à reta $r: 3x - 4y + 8 = 0$. R: $d = 2$

45) Determine a distância d entre o ponto $A(2, 1)$ e a reta r , de equação $x + 2y - 14 = 0$. R: $d = 2\sqrt{5}$

46) Calcule a distância d do ponto P à reta r em cada caso:

a) $P(5, 7)$ e $r: 4x - 3y + 2 = 0$ R: $d = 1/5$

b) $P(1, -2)$ e $r: y = -\frac{3}{4}x + 1$ R: $d = 9/5$

c) $P(-1, 4)$ e $r: x + y = 0$ R: $d = 3\sqrt{2}/2$

d) $P(2, 6)$ e $r: 2x + 1 = 0$ R: $d = 5/2$

47) Qual é a distância d entre a origem e a reta r , que passa pelos $A(1, 1)$ e $B(-1, 3)$? R: $d = \sqrt{2}$

48) Calcule a distância d entre as retas paralelas $12x - 9y + 27 = 0$ e $12x - 9y - 18 = 0$. R: $d = 3$

49) Os pontos $A(2, 1)$, $B(-2, -4)$ e $C(0, 2)$ são os vértices de um triângulo ABC . Determine a medida da altura relativa ao lado BC do triângulo.

50) Determine a medida da altura do trapézio cujos vértices são os pontos $A(1, 1)$, $B(6, 1)$, $C(2, 3)$ e $D(4, 3)$. R: $h = 2$

10. CÁLCULO DA ÁREA DE TRIÂNGULO

A área A de triângulo cujos vértices são os pontos $E(x_E, y_E)$, $F(x_F, y_F)$ e $G(x_G, y_G)$ é dada por:

$$A = \frac{|D|}{2}, \text{ em que } D = \begin{vmatrix} x_E & y_E & 1 \\ x_F & y_F & 1 \\ x_G & y_G & 1 \end{vmatrix}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

51) Calcular a área do triângulo cujos vértices são os pontos $A(2, 4)$, $B(-6, 2)$ e $C(0, -2)$. R: $A = 22$

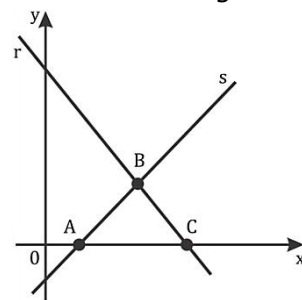
52) Determine a área do triângulo cujos vértices são os pontos:

a) $A(-3, 3)$, $B(-1, 1)$ e $C(4, 0)$ R: $A = 4$

b) $A(-1, \frac{7}{2})$, $B(4, -3)$ e $C(0, -6)$ R: $A = 41/2$

53) Determinar a área do quadrilátero $ABCD$, sabendo que seus vértices são os pontos $A(2, 0)$, $B(3, 1)$, $C(1, 4)$ e $D(0, 2)$. R: $A = 11/2$

54) (U.F. Viçosa-MG) As retas r e s do gráfico tem equações $y = x + 5$ e $y = x - 3$, respectivamente. Pode se afirmar que a área do triângulo ABC é:



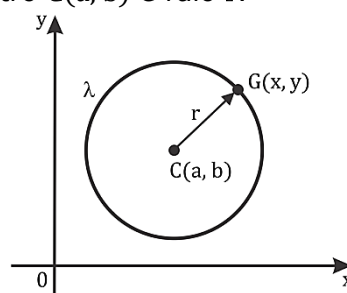
- (a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) $2\sqrt{2}$ (e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

R: (c)

CAPÍTULO III - CIRCUNFERÊNCIA

11. EQUAÇÃO REDUZIDA

Seja, no plano cartesiano, uma circunferência λ de centro $C(a, b)$ e raio r .



Considerando um ponto genérico $G(x, y)$, segue $CG = r \Rightarrow \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} = r \Rightarrow$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Denominada **equação reduzida** da circunferência λ de centro $C(a, b)$ e raio r .

Observações:

- Se $r > 0$, λ é real;
- Se $r = 0$, λ se reduz a um ponto;
- Se $r \notin \mathbb{R}$, λ é imaginário.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

55) Obtenha a equação reduzida da circunferência de centro C e raio R , nos seguintes casos:

a) $C(4, 6)$ e $R = 3$ R: $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 9$

b) $C(0, 2)$ e $R = \sqrt{5}$ R: $x^2 + (y - 2)^2 = 5$

c) $C(-3, 1)$ e $R = \frac{3}{2}$ R: $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 9/4$

d) $C(0, 2)$ e $R = \sqrt{7}$ R: $x^2 + (y - 2)^2 = 7$

56) Determine o centro C e o raio r da circunferência cuja equação reduzida é:

a) $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 16$ R: $C(6, 2), r = 4$

b) $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 3$ R: $C(-4, 1), r = \sqrt{3}$

c) $(x + 2)^2 + y^2 = \frac{16}{25}$ R: $C(-2, 0), r = 4/5$

d) $x^2 + (y + 1)^2 = 2$ R: $C(0, -1), r = \sqrt{2}$

Continua em [Apostila de Geometria Analítica II \(9 páginas, 36 questões, com gabarito\) →](#)

12. OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM - ODA



[Apostila em pdf](#)

13. REFERÊNCIAS

DANTE, L.R. **Matemática: Contexto & Aplicações**. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2000, v.3.

14. AGRADECIMENTOS

A aluna Laryssa Souza, na revisão do gabarito.

Pronúncia	Minúscula	Maíscula
alfa	α	A
beta	β	B
gama	γ	Γ
delta	δ	Δ
épsilon	ϵ	E
dzeta	ζ	Z
eta	η	H
teta	θ	Θ
iota	ι	I
capa	κ	K
lâmbda	λ	Λ
mi	μ	M

Pronúncia	Minúscula	Maíscula
ni	ν	N
ksi	ξ	Ξ
omicron	$\omicron$	O
pi	π	Π
rho	ρ	P
sigma	σ	Σ
tau	τ	T
upsilon	υ	Y
phi	ϕ	Φ
khi	χ	X
psi	ψ	Ψ
ômega	ω	Ω



Atualizada em 20/7/2024

Gostou da apostila? Você encontra várias apostilas como essa no **blog do Professor Gilberto Santos**, no endereço <https://professorgilbertosantos.blogspot.com/> ou siga pelo QR code ao lado.

